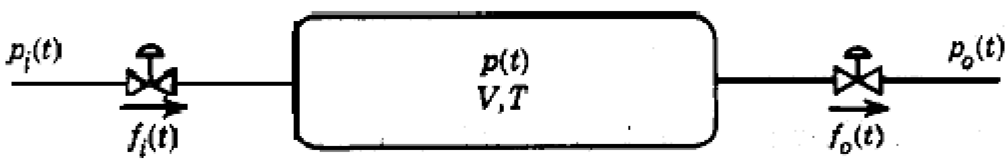
Serie de Problemas 1

1. Resuelva el siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales. Aplique la técnica de la transformada de Laplace.

a) $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + 3\frac{\partial y}{\partial t} - y = 5t$; donde $\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)_{t=0} = 0$ y $y(0) = 2$

b) $2\frac{\partial^3 y}{\partial t^3} - \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + 3y = 1 + sen\,2t$ donde $\left(\frac{\partial^3 y}{\partial t^3}\right)_{t=0} = \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right)_{t=0} = y(0) = 0$

2. Considerando que el tanque que se presenta en la figura está conectado a una línea de tubería con el propósito de minimizar las variaciones de flujo debido a los cambios de presión (p_i) en la línea de entrada con respecto de la presión de salida (p_0). En el diseño del equipo se ha considerado un flujo de operación en estado estacionario de 25 kgmol/s, así como p_{is} = 2000 kN/m^2, p_{0s} = 1600 kN/m^2 y p_s = 1800 kN/m^2.



El volumen del tanque es de 10 m^3. Considerando un comportamiento de gas ideal para el fluido y que la temperatura permanece constante e igual a400 K, se tiene la siguiente ecuación para el comportamiento del flujo:

$$\frac{V}{RT}\frac{d\,p}{d\,t} = F_i - F_o \qquad (1)$$

Donde V es volumen del tanque, p es la presión del tanque, R es la constante de los gases, T la temperatura absoluta, F_i es el flujo volumétrico de entrada y F_o el flujo volumétrico de salida. Estas dos últimas cantidades se relacionan con las presiones de operación mediante las ecuaciones de válvula siguientes:

$$F_i = k_i\sqrt{p_i(p_i - p)} \qquad y \qquad F_0 = k_o\sqrt{p(p - p_o)} \qquad (2)$$

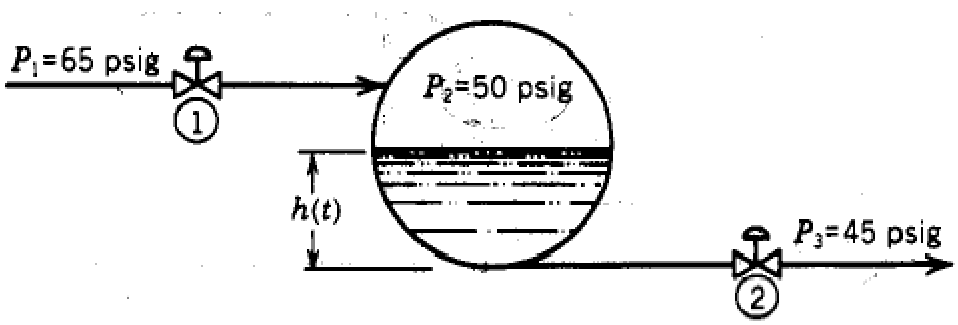
Donde k_i y k_o son los coeficientes de las válvulas (valores constantes) de entrada y salida, respectivamente.

Realice lo siguiente:

a) Identifique las variables de proceso de este sistema.
b) Determine el valor de las cantidades en el estado estacionario. Incluyendo las constantes de las válvulas.
c) Demuestre la ecuación (1).
d) Escriba las ecuaciones en términos de variables de desviación y linealice los términos no-lineales.
e) Resuelva la ecuación diferencial para conocer el comportamiento de la presión p en función de la perturbación p_i , cuando esta última cambia 10%.
f) Resuelva la ecuación diferencial para conocer el comportamiento de la presión p en función de la perturbación p_o , cuando esta última cambia 10%.

3. Se tiene un tanque de almacenamiento esférico que tiene un radio de 4 ft. Este tanque fue diseñado para operar con un flujo nominal de entrada y salida de 30,000 lb/h. la densidad del líquido que se almacena es de 70 lb/ft^3. El nivel deseado de operación en el tanque es de 5 ft. Recuerde que el volumen de la esfera es $4/3\ \pi\ r^3$. La relación entre volumen y altura se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$V(t) = V_T \left[\frac{h^2(t)(3r - h(t))}{4r^3} \right]$$



Adicionalmente, considere que el flujo a través de las válvulas es:

$$w(t) = 500\, C_v\, vp(t) \sqrt{G_f \Delta p}$$

donde:

r = radio de la esfera, pies
V(t) = volumen del líquido en el tanque, pies^3
V_T = volumen total del tanque, pies^3
h(t) = altura del líquido en el tanque, pies
$\omega(t)$ = tasa de flujo, lbm/hr
C_v = coeficiente de la válvula, gpm/psi$^{1/2}$
$C_{v1} = 20.2$ y $C_{v2} = 28.0$
Δp = caída de. presión a través de la válvula, psi,
G_f = gravedad específica del. fluido
$vp(t)$ = posición de la válvula, fracción de apertura de la válvula

La presión sobre el nivel del líquido se mantiene constante en 50psig. Desarrolle el modelo dinámico que permita relacionar el nivel del líquido en el tanque con los cambios de posición de las válvulas 1 y 2.

4. Se tiene un proceso de almacenamiento de agua que consta de dos tanques conectados en serie. Repentinamente la alimentación al primer tanque sufre un incremento en la concentración de cloruro de sodio de 0 lb de NaCl /ft^3 a 1.2 lb de NaCl /ft^3. Se desea saber en cuanto tiempo la concentración de sal en el tanque 2 alcanza el valor de 0.62 lb de NaCl/ ft^3. Considere que el volumen de almacenamiento de ambos tanques es de 6 ft^3 y que el flujo de alimentación a los mismos es de 3 ft^3/min.